

Вопросы к вступительному экзамену по магистерской
программе 01.04.02 + 27.04.03
Математическое и компьютерное моделирование

1. Определители и их свойства. Системы линейных алгебраических уравнений и их исследование. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
2. Уравнения прямой и плоскости в пространстве. Кривые второго порядка.
3. Линейные операторы в конечномерном пространстве и их матричное представление. Характеристический многочлен, собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Сопряженные и самосопряженные операторы.
4. Тензорная алгебра.
5. Производная, ее определение и вычисление.
6. Предел, его определение и вычисление. Первый и второй замечательные пределы и их следствия.
7. Кратные, поверхностные и криволинейные интегралы. Формулы Грина, Стокса и Остроградского.
8. Теорема Остроградского – Гаусса. Методы вычисления тройного интеграла по заданному телу от дивергенции векторного поля. Вычисление потока вектора через замкнутую поверхность тела и проверка теоремы Остроградского.
9. Теорема Стокса. Методы вычисления циркуляции векторного поля. Вычисление потока ротора векторного поля через поверхность, ограниченную заданным контуром. Проверка теоремы Стокса.
10. Построение приближенного решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода итерациями с помощью приближений для резольвенты Фредгольма. Численное решение интегрального уравнения с помощью его замены на алгебраическое на выбранной сетке узлов.
11. Численные методы решений интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Изучение точного решения для вырожденного ядра. Построение вырожденного ядра, поиск собственных функций ядра, численное построение решения, расчет нормы ядра.
12. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Уравнение теплопроводности, волновые уравнения, уравнения эллиптического типа. Постановка краевых задач, граничные условия
13. Численные решения обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге – Кутты. Задача устойчивости заданного решения дифференциального уравнения и устойчивость особых точек уравнения второго порядка.

14. Численные методы решения СЛАУ: метод Гаусса, LU-разложение.
15. Задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Существование и единственность решения. Устойчивость. .
16. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения и системы. Фундаментальная система решений. Метод вариации постоянных для решения неоднородных уравнений.
17. Параметрическое построение поверхностей и пространственных кривых, касательных к кривым, нормалей к поверхности, касательных плоскостей.
18. Аналитические функции комплексной переменной. Интегральная формула Коши. Особые точки, вычеты. Конформные отображения.
19. Линейное интерполирование функций, интерполяционный полином Лагранжа. Оценка погрешности, свойство минимизации погрешности на сетке узлов Чебышева.
20. Интерполяция функций с помощью кубических сплайнов. Техника построения сплайнов.
21. Числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости числовых рядов.
22. Функциональные ряды, свойства равномерно сходящихся функциональных рядов. Степенные ряды. Ряд Тейлора.
23. Аппроксимация функций в “среднем”. Ряд Фурье. Скалярное произведение. Скорость сходимости в “среднем”, скорость убывания коэффициентов Фурье и ошибки обрыва ряда в зависимости от степени гладкости функции.
24. Тригонометрические ряды Фурье. Преобразования Фурье.
25. Дискретное преобразование Фурье. Ортонормированность дискретного базиса и зависимость погрешности интерполяции от степени гладкости функции.
26. Случайные величины и их функции распределения. Математическое ожидание и дисперсия. Предельные теоремы.
27. Множества. Мощность множеств, Сравнение множеств по мощности.
28. Формулы исчисления высказываний. Преобразование формул. Кванторы и предикаты.
29. Алгоритмы поиска кратчайших путей в графах.
30. Графы, связность, инцидентность. Способы представления графов. Алгоритмы прохождения графов.
31. Алфавитное кодирование. Цена кодирования. Кодирование по методам Фано и Хаффмена.

32. Формальные языки и способы их описания. Регулярные выражения.
33. Конечные автоматы. Определение языков с помощью автоматов.
34. Деревья поиска. AVL-деревья, B-деревья. Алгоритмы вставки и удаления элементов.
35. Формальные грамматики. Описание языков с помощью грамматик. Классы грамматик.
36. Основные операторы языка Python. Списки, массивы. Внутреннее представление данных. Классы и сложные структуры.
37. Основные операторы языка C#. Использование стандартной библиотеки. Создание классов.
38. Матричные игры. Чистые и смешанные стратегии. Цена игры. Седловая точка матрицы.
39. Равновесие Нэша, определение и поиск равновесия. Равновесие в чистых и смешанных стратегиях.
40. Кооперативная теория игр. Ядро игры. Вектор Шепли.