

# Университет ИТМО

## Программа вступительных испытаний по математике

### 1. Основные математические понятия и факты

#### Арифметика, алгебра и начала анализа

- Натуральные числа. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Основная теорема арифметики.
- Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
- Целые числа. Рациональные числа, их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
- Вещественные числа, их представление в виде десятичных дробей. Изображение чисел на прямой. Модуль вещественного числа, его геометрический смысл.
- Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращённого умножения. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
- Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корни многочлена и разложение на множители. Формула корней квадратного трёхчлена.
- Логарифмы и их свойства. Логарифм произведения, степени, частного. Переход к новому основанию.
- Понятие функции. Способы задания функции. Область определения и множество значений.
- График функции. Возрастание и убывание функции, периодичность, чётность, нечётность.
- Определение, основные свойства и графики функций:
  - линейной  $y = kx + b$ ;
  - квадратичной  $y = ax^2 + bx + c$ ;
  - арифметического корня  $y = \sqrt{x}$ ;
  - степенной  $y = x^n$ ,  $y = k/x$ ;
  - показательной  $y = a^x$ ;
  - логарифмической  $y = \log_a x$ ;
  - тригонометрических  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ;
  - обратных тригонометрических  $y = \arcsin x$ ,  $y = \arccos x$ ,  $y = \operatorname{arctg} x$ ,  $y = \operatorname{arccotg} x$ .
- Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
- Решение уравнений вида  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ .
- Неравенства. Свойства числовых неравенств. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.
- Системы уравнений и неравенств. Решения системы.
- Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула общего члена и суммы  $n$  первых членов арифметической и геометрической прогрессий.
- Тригонометрические формулы: синус и косинус суммы и разности двух аргументов, преобразование в произведение выражений  $\sin \alpha \pm \sin \beta$ ,  $\cos \alpha \pm \cos \beta$ . Формулы приведения. Тригонометрические функции двойного аргумента.
- Определение производной. Её физический и геометрический смысл. Производная суммы, произведения, частного. Производные функций  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = a^x$ ,  $y = x^n$ .
- Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие и достаточное условие экстремума.

## Геометрия

- Прямая, луч, отрезок, ломаная. Длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые. Окружность, круг.
- Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.
- Векторы. Операции над векторами.
- Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
- Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора. Свойства равнобедренного треугольника.
- Четырёхугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Признаки параллелограмма.
- Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности и её свойства. Дуга окружности. Сектор.
- Центральные и вписанные углы. Измерение угла, вписанного в окружность.
- Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник.
- Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
- Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла.
- Площадь круга и площадь сектора.
- Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур. Признаки подобия треугольников.
- Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Параллельность прямой и плоскости.
- Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Теорема о трёх перпендикулярах.
- Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
- Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.
- Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
- Формула объёма параллелепипеда.
- Формулы площади поверхности и объёма призмы, пирамиды, цилиндра, конуса.
- Формула объёма шара и его частей.
- Формула площади сферы.
- Декартовы координаты на плоскости. Формула расстояния между двумя точками плоскости.
- Уравнения прямой. Признаки параллельности и перпендикулярности прямых.
- Уравнение окружности.
- Декартовы координаты в пространстве.
- Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей. Признаки параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

## 2. Основные умения и навыки

### Абитуриент должен уметь

- Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькуляторами или таблицами для вычислений.
- Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.
- Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
- Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
- Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач; методы алгебры и тригонометрии применять при решении геометрических задач.
- Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.
- Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.